

Тема практики:

**«Пример расчета цены по модели
спроса»**

$$\begin{cases} \sum y_i = a \sum x_i + nb \\ \sum y_i x_i = a \sum x_i^2 + b \sum x_i \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} \text{Линейная модель} \\ \underline{\mathbf{y = ax + b}} \end{array}$$

$$\begin{cases} \sum y_i = a \sum \left(\frac{1}{x_i}\right) + nb \\ \sum \left(\frac{y_i}{x_i}\right) = a \sum \left(\frac{1}{x_i^2}\right) + b \sum \left(\frac{1}{x_i}\right) \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} \text{Гиперболическая} \\ \text{модель} \\ \underline{\mathbf{y = a/x + b}} \end{array}$$

$$\begin{cases} \sum Lg(y_i) = b \sum Lg(x_i) + nA \\ \sum Lg(y_i) * Lg(x_i) = b \sum (Lg(x_i))^2 + A \sum Lg(x_i) \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} \text{Степенная модель} \\ \underline{\mathbf{y = ax^b}} \end{array}$$

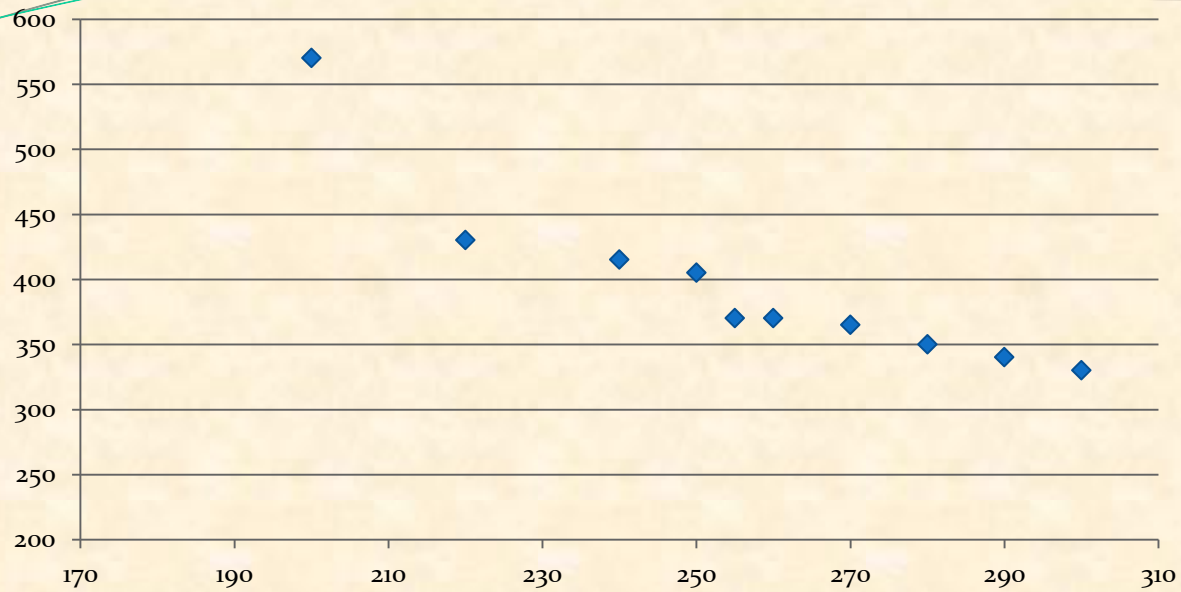
$$\begin{cases} \sum Lg(y_i) = B \sum x_i + nA \\ \sum Lg(y_i) * x_i = B \sum x_i^2 + A \sum x_i \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} \text{Показательная модель} \\ \underline{\mathbf{y = ab^x}} \end{array}$$

Задание: выразить зависимость между ценой и объемом продаж продукции в виде математической модели. Параметры модели определить МНК. Выбрать наиболее близкую модель.

Цена, тенге	Объем продаж за месяц, тыс. тонн	x^2	xy	Lgx	Lgy	$LgxLgy$	$xLgy$	$(Lgx)^2$	$1/x$	y/x	$(1/y)$
X	Y										
200	570	40000	114000	2,301029996	2,755874856	6,3413507	551,17497	5,294739041	0,005	2,85	0,000
220	430	48400	94600	2,342422681	2,633468456	6,1686962	579,36306	5,486944016	0,004545455	1,95454545	2,066
240	415	57600	99600	2,380211242	2,618048097	6,2315075	628,33154	5,665405555	0,004166667	1,72916667	1,736
250	405	62500	101250	2,397940009	2,607455023	6,2525207	651,86376	5,750116285	0,004	1,62	0,000
255	370	65025	94350	2,40654018	2,568201724	6,1804806	654,89144	5,79143564	0,003921569	1,45098039	1,537
260	370	67600	96200	2,414973348	2,568201724	6,2021387	667,73245	5,832096271	0,003846154	1,42307692	1,479
270	365	72900	98550	2,431363764	2,562292864	6,229866	691,81907	5,911529754	0,003703704	1,35185185	1,371
280	350	78400	98000	2,447158031	2,544068044	6,2257365	712,33905	5,98858243	0,003571429	1,25	1,275
290	340	84100	98600	2,462397998	2,531478917	6,2335086	734,12889	6,0634039	0,003448276	1,17241379	1,189
300	330	90000	99000	2,477121255	2,51851394	6,2386644	755,55418	6,136129711	0,003333333	1,1	1,111
2565	3945	666525	994150	24,0611585	25,90760365	62,30447	6627,1984	57,9203826	0,039536585	15,9020351	0,000

В последней строке даны суммы.

Продажи



Варианты цен

1. Построение линейной модели спроса

систему уравнений МНК

$$3945=2565a+10b$$

$$994150=666525a+2565b$$

$$a=-2,062$$

$$b=923,527$$

Линейная модель спроса:

$$Q = -2,062P+923,527$$

2. Построение гиперболической модели спроса

$$3945=0,0395a+10b$$

$$15,90204=0,000159a+0,0395b$$

$$a=129506,556$$

$$b=-117,525$$

Гиперболическая модель спроса: $Q = 129506,556/P - 117,525$

3. Построение степенной модели

$$25,9076=24,06116b+10A$$

$$62,30447=57,92038b+24,06116A$$

$$A = 5,5225$$

$$b = -1,2184$$

$$a = 10^5,5225=$$

333042,7623

Линейная модель спроса

$$Lg(Q) = -1,2184Lg(P)+5,5225$$

Степенная модель спроса

$$Q = 333042,8P^{-1,2184}$$

4. Показательная модель спроса

$$25,9076=2565B+10A$$

$$6627,198=666525B+2565A$$

$$A = 3,1305$$

$$B = -0,0021$$

$$a = 10^3,1305$$

$$b=10^{(-0,0021)}$$

1350,516828

0,995176243

Линейная модель спроса

$$Lg(Q) = -0,0021P+$$

Показательная модель спроса

$$Q = 1350,517*0,99$$

Расчет показателей качества модели (средней абсолютной и средней относительной ошибок моделирования)

Цена, тенге	Объем продаж за месяц, тыс. тонн (фактические)	Расчетные объемы продаж				Остатки				Квадрат остатка			
		по линейной модели	по гиперболической модели	по степенной модели	по показательной модели	для линейной модели	для гиперболической модели	для степенной модели	для показательной модели	для линейной модели	для гиперболической модели	для степенной модели	для показательной модели
200	570	511,127	530,008	523,510	513,427	-58,873	-39,992	-46,490	-56,573	3466,030	1599,378	2161,307	3200,487
220	430	469,887	471,141	466,114	466,097	39,887	41,141	36,114	36,097	1590,973	1692,595	1304,229	1303,025
240	415	428,647	422,086	419,228	423,131	13,647	7,086	4,228	8,131	186,241	50,206	17,879	66,109
250	405	408,027	400,501	398,887	403,156	3,027	-4,499	-6,113	-1,844	9,163	20,239	37,368	3,399
255	370	397,717	390,344	389,378	393,526	27,717	20,344	19,378	23,526	768,232	413,872	375,510	553,454
260	370	387,407	380,577	380,274	384,125	17,407	10,577	10,274	14,125	303,004	111,876	105,553	199,513
270	365	366,787	362,129	363,184	365,992	1,787	-2,871	-1,816	0,992	3,193	8,243	3,299	0,984
280	350	346,167	344,998	347,442	348,715	-3,833	-5,002	-2,558	-1,285	14,692	25,016	6,542	1,652
290	340	325,547	329,049	332,900	332,253	-14,453	-10,951	-7,100	-7,747	208,889	119,917	50,404	60,012
300	330	304,927	314,164	319,430	316,569	-25,073	-15,836	-10,570	-13,431	628,655	250,794	111,728	180,395
Сумма										7 179	4 292	4 174	5 569

Минимальная сумма квадратов остатков

Расчет показателей качества модели

Это относительные ошибки
моделирования

Цена, тенге	Объем продаж за месяц, тыс. тонн (фактические)	Остаток по модулю (абсолютные ошибки моделирования)				Доля остатка по модулю в фактических продажах, %			
		для линейной модели	для гиперболич еской модели	для степенной модели	для показатель ной модели	для линейной модели	для гипербол ической модели	для степенной модели	для показатель ной модели
200	570	58,873	39,992	46,490	56,573	10,33	7,55	8,16	9,93
220	430	39,887	41,141	36,114	36,097	9,28	8,73	8,40	8,39
240	415	13,647	7,086	4,228	8,131	3,29	1,68	1,02	1,96
250	405	3,027	4,499	6,113	1,844	0,75	1,12	1,51	0,46
255	370	27,717	20,344	19,378	23,526	7,49	5,21	5,24	6,36
260	370	17,407	10,577	10,274	14,125	4,70	2,78	2,78	3,82
270	365	1,787	2,871	1,816	0,992	0,49	0,79	0,50	0,27
280	350	3,833	5,002	2,558	1,285	1,10	1,45	0,73	0,37
290	340	14,453	10,951	7,100	7,747	4,25	3,33	2,09	2,28
300	330	25,073	15,836	10,570	13,431	7,60	5,04	3,20	4,07
Среднее		20,570	15,830	14,464	16,375	4,93	3,77	3,36	3,79

Минимальная средняя абсолютная
ошибка моделирования

Минимальная средняя относительная
ошибка моделирования

Задание для самостоятельного решения: выразить зависимость между ценой и объемом продаж продукции в виде математической модели.

Параметры модели определить МНК. Выбрать наиболее близкую модель из линейной, гиперболической, показательной, степенной. Спрогнозировать продажи при цене 480 тенге за единицу, 570 тенге за единицу. Какова должна быть цена, чтобы было реализовано в течение дня 900 единиц продукции? Расчет произвести по выбранной модели. Наблюдения за продажами ниже в таблице.

Цена, тенге	Объем продаж за день, штук
X	Y
500	1000
510	850
515	820
520	760
540	730
550	700
555	650
560	640